

المحددات

إعداد الباحثة / اسيل ناجح عباس
الجامعة المستنصرية كلية: الإدارة والاقتصاد
determinants

PREPARED BY THE RESEARCHER: ASEEL NAJEH
ABBAS

Al-Mustansiriya University \ College of
Administration and Economics

email address: al9625510@gmail.com



سيتم تناول البحث في العناصر التالية:

* إيجاد قيمة المحدد من الرتبة الثانية.

* حل المعادلات الخطية (معادلتين).

* إيجاد قيمة المحدد من الرتبة الثالثة.

* حل المعادلات الخطية (٣ معادلات).

مقدمة:

تقدم المعلومات الذي يعيشه العالم أصبح واقعاً قريب من الحلم قبل سنوات كنت "تبتسم عندما يقال لك أن بإمكانك قراءة " صحيفتك المفضلة في بيتك من غير وصول الجريدة إلى منزلك وكذلك التصفح في آلاف الكتب والحصول على الكثير من المعلومات بضغطة زر. يحدد المحدد ما إذا كان لنظام معادلات خطية معين حل واحد من عدمه يكون لهذا النظام حل واحد إذا كانت قيمة المحدد لا تساوي الصفر.

أهمية الرياضيات :

"الرياضيات إحدى البنى التحتية" ساهمت في مساعدة الإنسان على التطور والتقدم" فهي لغة مُتداولة عالمياً، وكان لها دور " عظيم في تقدم العديد من العلوم وتطورها"، كعلم الحاسب الآلكتروني، و في العلوم الطبية فقد ساهم في تطور الأجهزة المُستخدمة طبياً بشكل كبير، كما أن لهذا العلم الفضل الأكبر في تطبيقات الإحصاء، والفيزياء والأحياء، ووسائل النقل، والفلك، ووسائل الاتصالات، والبيئة وغيرها العديد من المجالات التي ترتبط بهذا العلم ارتباطاً تاماً". فائدة "علم الإحصاء في التطبيقات الطبية، يعمل الإحصاء على معرفة المرض ومعرفة أعراضه وأسبابه وتحليلها" ومدى فائدة الأدوية المُصنعة. "دعم وسائل النقل الجوية كذلك تحسين الوسائل الإلكترونية" حيث تُساهم في فك الشفرة، حيث تدخل في المجالات العسكرية- والمقنونات.

المحدد هو مجموعة من الأرقام مرتبة في شكل صفوف وأعمده، بشرط أن يتساوى عدد الصفوف وعدد الأعمدة.

أهمية البحث

تتركز أهمية البحث في معرفة دور المحددات وكيفية استخدامها في المجالات المختلفة، ومعرفة مدى استخدام علم المحددات في العلوم التطبيقية كوسيلة فعالة وذلك بغرض تسهيل العمليات الرياضية المعقدة. يتم استخدامها في الجوانب الاقتصادية وذلك لمعرفة حساب المتغيرات الطارئة على العملية الاقتصادية مثل : حساب المنصرفات والتكاليف الشهرية أو السنوية وكذلك لمعرفة مدى الخسارة أو النجاح للعملية.

منهج البحث : الأسلوب الاستنباطي

يعتمد أسلوب التفكير الاستنباطي على المنطق من حيث أنه يستخدم أسساً عامة صحيحة في البحث عن صحة القضايا الخاصة.

إيجاد قيمة المحدد من الرتبة الثانية :

ناتج طرح حاصل ضرب عناصر القطر الثانوي (الغير رئيسي) من حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي.

مثال (١) :

أوجد قيمة المحددات:

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{ب) } \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$$

[الحل]

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = (5 \times 4) - (2 \times 3) = 20 - 6 = 14$$



$$(ب) \quad 2 = (0 \times 6) - (1 \times 2) = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$$

حل المعادلات الخطية :

في الرياضيات، المعادلة الخطية هي : المعادلة كل حد فيها هو عدد ثابت. و تحوي متغير واحد أو أي عدد آخر من المتغيرات. للمعادلات الخطية استعمالات عدة في الرياضيات التطبيقية.توصل العالم غابرييل كرامر لطريقة لحل معادلتين أو مجموعة معادلات خطية، لكن بداية نعرض نبذة عن هذا العالم .ولد في ٣١ يوليو ١٧٠٤ في جنيف، وكان ابن الطبيب كرامر وآن كرامر. أظهر الطبيب موهبة استثنائية في الرياضيات منذ طفولته، ودخل جامعة جنيف في سن ١٤ عاما. حصل على درجة الدكتوراه في سن ١٨ عاما بعد أن قدم أطروحة عن نظرية الصوت، وفي سن ٢٠ عاما أصبح أستاذا مشاركا للرياضيات في نفس الجامعة.كان كرامر مهتما بمختلف فروع الرياضيات، وخصوصا المنحنيات الجبرية والمعادلات الخطية والمحددات.

للحل نظام المعادلات الخطية من خلال قاعدة كرامر

عند حل أي نظام من المعادلات الخطية، يكون لدينا ثلاثة أنماط من الحلول : حل وحيد" أو عدد لا نهائي من الحلول" أو لا يوجد حل" فإن المحددات تساعدنا في معرفة إذا كان النظام له حل، أو عدد لا نهائي، أو لا يوجد حل، ذلك يتضح من معرفة قيمة محدد المعاملات، حيث اذا تساوي صفرا فإنه لا يوجد حل للنظام أو يوجد عدد لا نهائي من الحلول، لكن لو لا تساوي صفراً معناه أنه يوجد حل وحيد للنظام.

حل المعادلات الخطية (معادلتين)

$$\text{للمعادلتين: } \begin{cases} \text{أ}١\text{س} + \text{ب}١\text{ص} = \text{ل}١ \\ \text{أ}٢\text{س} + \text{ب}٢\text{ص} = \text{ل}٢ \end{cases} ,$$

يمكن استخدام المحددات في حل هاتين المعادلتين الخطيتين باستخدام طريقة كرامر ، كالتالي :

(١) تكوين المحدد (Δ) ، وهو محدد المعاملات للمجهول في المعادلتين.

(٢) حساب قيمة المحدد (Δ س) عن طريق استبدال عناصر العمود الأول في المحدد بقيمة الحد المطلق في المعادلتين.

(٣) حساب قيمة المحدد (Δ ص) عن طريق استبدال عناصر العمود الثاني في المحدد بقيمة الحد المطلق في المعادلتين (مع

الأخذ في الاعتبار، إرجاع قيم العمود الأول كما كانت في أول خطوة).

$$(٤) \text{ حساب قيمة (س) حيث } \frac{\Delta_s}{\Delta} = \text{س} \quad (٥) \text{ حساب قيمة (ص) حيث } \frac{\Delta_v}{\Delta} = \text{ص}$$

مثال(٢) : أوجد باستخدام المحددات حل المعادلتين :

$$\begin{cases} \text{س}٥ + \text{ص}٢ = ٠ \\ \text{س}٢ + \text{ص}٣ = ١ \end{cases} ,$$

[الحل]

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - [3 \times 5] = 11$$

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 0 \times 2 - [3 \times 5] = -15 \quad \leftarrow \text{س} = -15 \div 2 = -\frac{15}{2}$$

$$= \Delta$$

$$[6 \times 3 \times (-3)] + [5 \times 7 \times 5] + [(-4) \times 2 \times 4] =$$

$$[5 \times 3 \times (-4)] - [4 \times 7 \times 6] - [(-3) \times 2 \times 5] -$$

$$11 = 60 + 168 - 30 + 54 - 175 + 32 =$$

حل المعادلات الخطية (٣ معادلات) :

$$\text{للمعادلات : } \begin{cases} \text{أ}_1\text{س} + \text{ب}_1\text{ص} + \text{ج}_1\text{ع} = \text{ل}_1 \\ \text{أ}_2\text{س} + \text{ب}_2\text{ص} + \text{ج}_2\text{ع} = \text{ل}_2 \\ \text{أ}_3\text{س} + \text{ب}_3\text{ص} + \text{ج}_3\text{ع} = \text{ل}_3 \end{cases}$$

يمكن استخدام المحددات في حل هذه المعادلات الخطية باستخدام طريقة كرامر ، كالتالي :

(١) تكوين المحدد (Δ) ، وهو محدد المعاملات للمجاهيل في المعادلات الثلاث.

(٢) حساب قيمة المحدد (Δ_s) عن طريق استبدال عناصر العمود الأول في المحدد Δ بقيمة الحد المطلق في المعادلات.

(٣) حساب قيمة المحدد (Δ_v) عن طريق استبدال عناصر العمود الثاني في المحدد Δ بقيمة الحد المطلق في المعادلات.

(٤) حساب قيمة المحدد (Δ_e) عن طريق استبدال عناصر العمود الثالث في المحدد Δ بقيمة الحد المطلق في المعادلات.

$$(٥) \text{ حساب قيمة (س) حيث } \frac{\Delta_s}{\Delta} = \text{س} \quad (٦) \text{ حساب قيمة (ص) حيث } \frac{\Delta_v}{\Delta} = \text{ص}$$

$$(٧) \text{ حساب قيمة (ع) حيث } \frac{\Delta_e}{\Delta} = \text{ع}$$

مثال (٥) : أوجد باستخدام المحددات حل المعادلات :

$$\begin{cases} \text{س} + ٣\text{ص} - \text{ع} = ١ \\ \text{س} + ٢\text{ص} + \text{ع} = ٠ \\ ٣\text{س} - \text{ص} + \text{ع} = ٤ \end{cases}$$

[الحل]

$$\Delta = \begin{vmatrix} ١ & ٣ & ١ \\ ١ & ٢ & ١ \\ ٢ & ١ & ٣ \end{vmatrix} = ١ = [(١ \times ٢ \times ٣) - (١ \times ١ \times ٣)] - [(١ \times ٣ \times ١) - (٢ \times ١ \times ١)] + [(١ \times ١ \times ١) - (٢ \times ٢ \times ١)] = ١٥ = ٧ + ٣ + ٥ =$$

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} ١ & ٣ & ١ \\ ٤ & ٢ & ٠ \\ ٢ & ١ & ٤ \end{vmatrix} = ٢٥ = ٨ + ١٢ + ٥ =$$

$$\text{س} = ١٥ \div ٢٥ = \frac{٣}{٥}$$



$$[(3 \times 0) - (4 \times 1)] 1 - [(1 \times 3) - (2 \times 1)] 1 - [(4 \times 1) - (2 \times 0)] 1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{vmatrix} = \Delta \text{ ص}$$

$$7- = 4 - 1 + 4 - =$$

$$\frac{7}{15} = \text{ص}$$

$$[(2 \times 3) - (1 \times 1)] 1 + [(3 \times 0) - (4 \times 1)] 3 - [(1 \times 0) - (4 \times 2)] 1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \Delta \text{ ع}$$

$$11- = 7 - 12 - 8 =$$

$$\frac{11}{15} = \text{ع}$$

نتائج البحث

تعزى أهمية علم الرياضيات في حياتنا اليومية إلى أنه لا يمكن أن يقدم شخصاً شركة ما أو مكان للعمل بشكل عام من دون أن يكون شخصاً لديه ثقافة علم الرياضيات .كيف يستطيع أحداً أن يبيع أو يشتري من دون أن يستطيع طرح - جمع - قسمة - ضرب الأعداد أو الأرقام حتى يحصل على حقه ويعطي حقهم للآخرين . إذا لم نتوصل لعلم الرياضيات فلن يكون هناك مكاناً يسمى بنك أو بنوك بشكل عام، لأن المكاتب المصرفية التي يتم بها إيداع و صرف الأموال تتم عن طرق الأرقام والأعداد..يستخدم علم الرياضيات في تطوير المنتجات الحديثة والتقنية مثل الآلات ومصادر الطاقة. تحديد مواقيت الصلاة، ومعرفة حركة الكواكب وحركة الشمس التي يتم حسابها عن طريق علم الرياضيات. استخدام الرياضيات في تقسيم الموارث وكذلك حصص الشركات. الرياضيات صارت رفيق الإنسان في حياته اليومية، أما عند الإجابة عن بعض الأسئلة الهامة مثل: ما الحجم وكم العدد، اخترع الإنسان علم الجبر، وذلك لتيسير العمليات الحسابية، ثم ظهر بعد ذلك حساب المثلثات، لتحديد مواقع النجوم والجبال الشاهقة. بعدها تطورت حياة الإنسان وبدأ استخدام علم الرياضيات في التطوير والتخطيط طويل المدى للشركات والأفراد، الاستخدامات الهامة لعلم الرياضيات في حياتنا اليومية ما يلي: يدخل علم الرياضيات في كل تفاصيل حياتنا اليومية، حيث التعامل بالعملة، وحساب الوقت، وتحضير الميزانيات. لعب علم الرياضيات دوراً هاماً في التطور التكنولوجي الذي وصلنا له هذه الأيام؛ حيث يعتبر الأصل في الصناعات من خلال الأرقام والكميات. يستخدم علم الإحصاء، المشتق من علم الرياضيات، في دراسة المجتمعات كذلك في عمل إحصاءات لدراسة التغيرات التي تطرأ على المجتمع ومعرفة الانحراف الذي يواجهه هذا المجتمع. تعمل الرياضيات على رفع وعي الأفراد؛ حيث تساهم الرياضيات في تعلم التفكير المنظم والتحليل. يعتبر علم الرياضيات الأساس للكثير من العلوم مثل علم الكيمياء، وعلم الإحصاء، والفيزياء، وعلم الفلك علم النفس.أما دورها في كبح وتحجيم الجوانب السلوكية السلبية، من تحديد وحصر للمشكلة بمحيطها ، وجمع المعلومات حولها وربط المواقف المختلفة وفرض الفروض لها ، واتخاذ القرار الناجع بعد توقع تبعاته ومقارنته بغيره من القرارات . للرياضيات خصائصها ومزاياها؛ فهي تنمي التفكير، وتدريب الطالب على حل مشكلاته وكيف يكون ناجحاً وواثقاً من نفسه؛ إذ أن الطبيعة المجردة للعديد من المفاهيم الرياضية تجعل من تعليمها وتعلمها عملية تحتاج لجهود أكبر مقارنة بغيرها من العلوم .

أهمية الرياضيات للمجتمع



الأمر لا يقف عند التجارة والمواريث، وغير ذلك بل إن تحديد أوقات الصلاة التي تختلف حسب المواقع ومن يوم إلى آخر يحتاج إلى الحساب الذي يحتاج إلى معرفة الموقع الجغرافي وحركة الشمس في البروج وأحوال الشفق الأساسية. إن معرفة جهة القبلة والأهلة وبخاصة هلال رمضان يحتاج إلى حسابات خاصة وطرق متناهية في الدقة ولا يتم ذلك إلا بالرياضيات، وقد فاق المسلمون أقرانهم من الهنود واليونان في معرفة كل ما يتعلق بالشهور. ونظرا لحاجة المسلمين للحسابات الدقيقة والمتعلقة بالأمور الدينية من عبادات وغيرها شجع الخلفاء ومنهم الخليفة العباسي أبو جعفر المنصور المترجمين والعلماء على الاهتمام بعلم الفلك وخصص اعتمادات كبيرة من المال للعناية بذلك لمعرفة البروج وعروض البلدان وحركة الشمس والليل والنهار والانقلابان الربيعي والخريفي وحركات القمر وحسابها والخسوف والكسوف والنجوم الثابتة والكواكب. وتشمل الرياضيات فرع هام وهو حساب المثلثات الوثيق الصلة بالجبر الذي أخذه الأوربيون عن المسلمين تظهر أهمية علم المثلثات في قياس المساحات الكبيرة بطريقة غير مباشرة كقياس ارتفاع جبل أو البعد بين جبلين أو عرض نهر وغيرها حتى قياس طول السنة الشمسية يعرف برصد ارتفاع الشمس والرياضيات في حياة المجتمع أيضاً تساعد في معرفة الحجم وحساب الكميات وغيره فالهندسة علم مهم يدرس الحجم والمساحة وهو فرع من فروع الرياضيات التي تتعامل مع النقطة والخط والسطح والفضاء.

أهمية الرياضيات في العلوم الأخرى:

للرياضيات أهمية كبيرة كونها تساعد على الدراسة والتنقيب؛ للوصول إلى نتائج مُعيَّنة، كاستعمالها في الحساب، وفيما يلي هناك استخدامات للرياضيات في المجالات العلمية: تطوّر أجهزة الحاسب الآلي، وذلك من خلال النظريات، والخوارزميات التي ساهمت في تقدّم البرامج الحاسوبية. تقدّم العلوم وتوضيح نظرياتها بشكل أكثر منطقية، وبالأخص العلوم الطبيعية، كالفيزياء، والكيمياء، وعلم الفلك، وغيرها من العلوم.

Reference

- (١) د. عزيزة بابتي، موسوعة الأعلام (العرب والمسلمين والعالميين) ١-٤ / ج ١ (الطبعة الأولى)، بيروت: دار الكتب العلمية، الجزء الأول، صفحة: ١١٧.
- (٢) الكتاب الجامعي.
- (٣) دار المنظومة.
- (٤) الرياضيات البحتة، د. عبدالعزيز محمد هيكّل، د. مختار محمود.
- (٥) ميرفت محمود، مصادر تطوير تعليم الرياضيات، صفحة ١١-١٣.
- (٦) موقع Wikipedia